

Контрольная работа 2 по Теории Функций Комплексной Переменной

ВАРИАНТ 3

1. Используя основную теорему теории вычетов, вычислить определенный интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 - 3 \cos x}.$$

2. Используя основную теорему теории вычетов, вычислить несобственный интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - 6x + 13)^2}.$$

3. Используя основную теорему теории вычетов, вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)} dx.$$

4. Найти дробно-линейную функцию вида $w = (az + b)/(cz + d)$, отображающую внутренность единичного круга $|z| < 1$ на верхнюю полуплоскость $\text{Im } w > 0$ так, чтобы точки $z_1 = -1$, $z_2 = 1$, $z_3 = i$ переходили в соответствующие точки $w_1 = -\infty$, $w_2 = 0$, $w_3 = 1$.

5. Найти конформное отображение $w(z)$ полосы, заключенной между прямыми $y = -x$, $y = -x + \pi$, на круг $|w| < 1$, удовлетворяющее условиям $w(-\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}i) = 0$, $w(\pi i) = -i$.